

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.В.ДВ.07.02 Алгебраические системы с
дополнительной структурой

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2019

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

Доктор физико-математических наук, Профессор, Нужин Яков

Нифантьевич

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью изучения дисциплины является познакомить студентов с основами теорий линейных групп, групп Лиэва типа и способами их описания и построения. Изучить связи между алгебрами Ли и группами Шевалле, классификацию простых алгебр Ли.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Задачей изучения дисциплины является: обеспечение приобретения знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом и содействие формированию мировоззрения и системного мышления.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование индикатора достижения компетенции | Запланированные результаты обучения по дисциплине |
|--|---|
| ПК-1: Способен применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при проведении исследования в конкретной области профессиональной деятельности | |
| ПК-1.1: Применяет теоретические и практические знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий для проведения в конкретной области профессиональной деятельности | |
| ПК-1.2: Решает научные задачи в соответствии с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой | |
| ПК-2: Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности | |
| ПК-2.2: Представляет научные результаты на учебных семинарах | |

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы | Всего, зачетных единиц (акад.час) | Сем естр | |
|---|--|-------------|---|
| | | 1 | 2 |
| Контактная работа с преподавателем: | 3 (108) | | |
| занятия лекционного типа | 1,33 (48) | | |
| практические занятия | 1,67 (60) | | |
| Самостоятельная работа обучающихся: | 1 (36) | | |
| курсовое проектирование (КП) | Нет | | |
| курсовая работа (КР) | Нет | | |
| Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен) | 1 (36) | | |

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

| | | Контактная работа, ак. час. | | | | | | | |
|--|--|--------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| № п/п | Модули, темы (разделы) дисциплины | Занятия лекционного типа | | Занятия семинарского типа | | | | Самостоятельная работа, ак. час. | |
| | | | | Семинары и/или Практические занятия | | Лабораторные работы и/или Практикумы | | | |
| | | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС | Всего | В том числе в ЭИОС |
| 1. Введение. Важнейшие понятия. | | | | | | | | | |
| | 1. Лекция 1. Алгебраические системы и алгебры над полем. Цель лекции – знакомство с основными алгебраическими системами: группоид, полугруппа, группа, кольцо, поле, алгебра над полем, алгебра Ли. | 2 | | | | | | | |
| | 2. Лекция 2. Свойства алгебраические систем. Доказательство элементарных свойств перечисленных в лекции 1 алгебраических систем. | 2 | | | | | | | |
| | 3. Тема 1. Алгебраические системы и алгебры над полем. | | | 4 | | | | | |
| | 4. Введение. Важнейшие понятия. | | | | | | | 2 | |
| 2. Линейные группы. | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|----|--|--|--|---|--|
| 1. Лекция 3. Общая и специальная линейные группы. Рассматриваются общая и специальная линейные группы и их проективные аналоги над полями и над кольцами. Выделяются некоторые их подгруппы. | 2 | | | | | | | |
| 2. Лекция 4. Линейные группы размерности 2. Рассматриваются линейные группы размерности два и их проективные аналоги над полями и над кольцами. Указываются максимальные подгруппы этих групп над конечными полями. | 2 | | | | | | | |
| 3. Лекция 5. Симплектические группы. Водится симплектическое пространство и симплектическая группа. | 2 | | | | | | | |
| 4. Лекция 6. Ортогональные группы. Рассматриваются квадратичные формы и ортогональные группы. | 2 | | | | | | | |
| 5. Лекция 7. Ортогональные группы размерности 2 и 3. Рассматриваются различные представления ортогональных групп размерности 2 и 3 и устанавливаются их изоморфность линейным группам размерности 2. | 2 | | | | | | | |
| 6. Лекция 8. Унитарные группы. Водится эрмитово пространство и унитарная группа. | 2 | | | | | | | |
| 7. Лекция 9. Унитарные группы размерности 2 и 3. Рассматриваются различные представления унитарных групп размерности 2 и 3. | 2 | | | | | | | |
| 8. Линейные группы. | | | | | | | 8 | |
| 9. Тема 2. Системы корней евклидова пространства. | | | 14 | | | | | |
| 3. Системы корней и связанные с ними группы. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1. Лекция 10. Системы корней евклидова пространства. Цель лекции – знакомство с аксиомами систем корней евклидова пространства, понятиями базы и положительной подсистемы корней. | 2 | | | | | | | | |
| 2. Лекция 11. Классификация систем корней ранга 1 и 2 Проводится исследование и описание систем корней малых рангов. | 2 | | | | | | | | |
| 3. Лекция 12. Группы Вейля. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: группа Кокстера; группа Вейля, ассоциированная с системой корней. | 2 | | | | | | | | |
| 4. Лекция 13. Цель лекции – определить порождающие элементы группы Вейля и найти определяющие соотношения. | 2 | | | | | | | | |
| 5. Лекция 14. Алгебры Ли и их подалгебры. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: корневые одномерные подпространства и подалгебра Картана; разложение Картана полупростой комплексной алгебры Ли. | 2 | | | | | | | | |
| 6. Лекция 15. Теоремы существования и изоморфизма. Матричное представление простой комплексной алгебры Ли типа A_n , её корневые подпространства и подалгебра Картана. | 2 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|---|--|----|--|--|--|---|--|
| 7. Лекция 16. Теоремы существования и изоморфизма для простых алгебр Ли. Приводится без доказательства следующий результат. Для всякой неразложимой системы корней существует конечномерная простая комплексная алгебра Ли с ассоциированной системой корней, эквивалентной . | 2 | | | | | | | |
| 8. Лекция 17. Цель лекции –доказательство теоремы: две конечномерные простые комплексные алгебры Ли изоморфны тогда и только тогда, когда их ассоциированные системы корней эквивалентны. | 2 | | | | | | | |
| 9. Лекция 18. Приведены все неприводимые системы корней, их матрицы Картана и схемы Дынкина. | 2 | | | | | | | |
| 10. Тема 3. Классификация систем корней ранга 1 и 2. Тема 4. Порождающие и определяющие соотношения группы Вейля. Тема 8. Алгебры и группы Шевалле. Тема 9. Представления унитарных подгрупп. | | | 18 | | | | | |
| 11. Системы корней и связанные с ними группы. | | | | | | | 8 | |
| 4. Группы Шевалле с BN-парой. | | | | | | | | |
| 1. Лекция 19. Алгебры и группы Шевалле. Цель лекции – познакомиться со следующими понятиями: базис Шевалле и структурные константы простой комплексной алгебры Ли. | 2 | | | | | | | |
| 2. Лекция 20. Группа Шевалле как группа автоморфизмов простой алгебры Ли. | 2 | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|
| <p>3. Лекция 21. Автоморфизмы групп Шевалле. Даются определения полевых, диагональных и графовых автоморфизмов групп Шевалле. Полевые автоморфизмы индуцируется автоморфизмом основного поля. Диагональные автоморфизмы определяются диагональными элементами расширенных групп Шевалле. Графовые автоморфизмы определяются симметрией диаграммы Дынкина и определенным полевым автоморфизмом.</p> | 2 | | | | | | | |
| <p>4. Лекция 22. Скрученные группы Шевалле. С использованием симметрий диаграмм Дынкина определяются скрученные системы корней как системы классов эквивалентности этих симметрий.</p> | 2 | | | | | | | |
| <p>5. Лекция 23. Определяются группы Вейля скрученных систем корней и соответствующие им скрученные схемы Дынкина. Определяются скрученные группы Шевалле как централизаторы графовых автоморфизмов.</p> | 2 | | | | | | | |
| <p>6. Лекция 24. Группы с BN-парой. Цель лекции – дать определение (B,N)-пары и доказать её существование в группах лиева типа.</p> | 1 | | | | | | | |
| <p>7. Лекция 25. Изоморфизмы классических линейных групп и групп лиева типа. Устанавливаются изоморфизмы классических групп над полями и некоторых групп лиева типа.</p> | 1 | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---|----|--|----|--|--|--|----|--|
| 8. Тема 10. Группы с BN -парой. Тема 11. Полевые, диагональные и графовые автоморфизмы. Тема 12. Описание автоморфизмов конечных групп Шевалле. Тема 13. Скрученные системы корней и их группы Вейля. Тема 14. Скрученные группы Шевалле. Тема 15. Унипотентные и мономиальные подгруппы скрученных групп. Тема 16. Группы лиева типа ранга 1. Тема 17. Периодические линейные группы степени 2. Тема 18. Матричное представление и подгрупповое строение групп R_i . | | | 24 | | | | | |
| 9. Группы Шевалле с BN -парой. | | | | | | | 18 | |
| Всего | 48 | | 60 | | | | 36 | |

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Левчук В. М. Алгебры и группы Шевалле и ассоциированные системы корней: учеб. пособие(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
2. Левчук В. М., Нужин Я. Н. Группы $C(V,N)$ -парой и подгрупповые описания групп лиева типа: учебное пособие(Красноярск: Информационно-полиграфический комплекс [ИПК] СФУ).
3. Стейнберг Р., Кириллов А. А. Лекции о группах Шевалле: перевод с английского(Москва: Мир).
4. Хамфри Д. Е., Платонов В. П. Линейные алгебраические группы: пер. с англ.(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
5. Газданова М. А., Нужин Я. Н. Строго вещественные унипотентные подгруппы групп лиева типа: диссертация ... кандидата физико-математических наук(Красноярск: Б. и.).
6. Горенштейн Д. Конечные простые группы: введение в их классификацию: перевод с английского(Москва: Мир).
7. Серр Ж., Вольтский А. Б., Онищик А. Л. Алгебры Ли и группы Ли: перевод с английского и французского(Москва: Мир).
8. Борель А., Кэртис Ч. У., Спрингер Т. А., Штейнберг Р., Ивахори Н., Картер П., Кириллов А. А. Семинар по алгебраическим группам: сборник статей(Москва: Мир).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходима аудитория, оборудованная доской.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.